

## PORTFOLIO OPTIMIZATION BY MEANS OF RESAMPLED EFFICIENT FRONTIERS

**Patent number:** JP2002510092T  
**Publication date:** 2002-04-02  
**Inventor:**  
**Applicant:**  
**Classification:**  
 - international: G06Q40/00; G06F; G06Q40/00; (IPC1-7): G06F17/60  
 - european: G06Q40/00C  
**Application number:** JP20000541617T 19990312  
**Priority number(s):** US19980079702P 19980327; US19980149912  
 19980909; WO1999US05463 19990312

**Also published as:**

- W O9950773 (A1)
- E P1066580 (A1)
- US 6003018 (A1)
- E P1066580 (A0)
- CA 2320081 (A1)

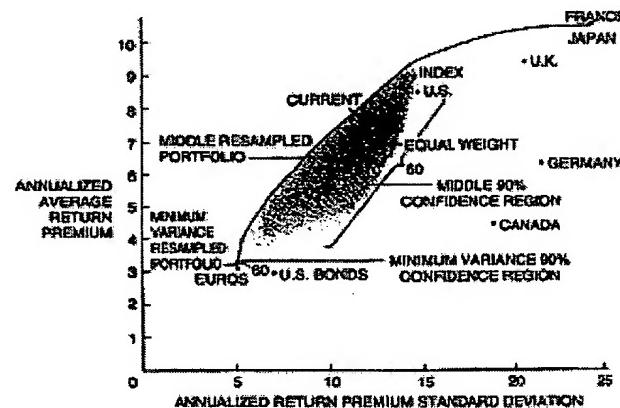
[more >>](#)

[Report a data error here](#)

Abstract not available for JP2002510092T

Abstract of correspondent: **WO9950773**

A method for evaluating an existing or putative portfolio having a plurality of assets. A mean-variance efficient portfolio is computed for a plurality of simulations of input data statistically consistent with an expected return and expected standard deviation of return, and each such portfolio is associated, by means of an index, with a specified portfolio on the mean variance efficient frontier. A statistical mean of the index-associated mean-variance efficient portfolios is used for evaluating a portfolio for consistency with a specified risk objective.



Data supplied from the **esp@cenet** database - Worldwide

Equivalent to Ref. 3

(19)日本国特許庁 (J P)

(12) 公表特許公報 (A)

(11)特許出願公表番号

特表2002-510092

(P2002-510092A)

(43) 公表日 平成14年4月2日(2002.4.2)

(51) Int.Cl.<sup>7</sup>

識別記号

F I  
G-06 E 13/60

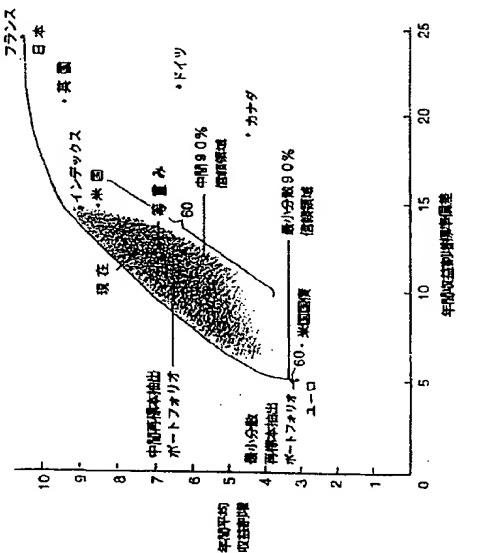
テ-マ7-ト (参考)

審査請求 未請求 予備審査請求 有 (全 30 頁)	
(21)出願番号	特願2000-541617(P2000-541617)
(86) (22)出願日	平成11年3月12日(1999.3.12)
(85)翻訳文提出日	平成12年9月27日(2000.9.27)
(86)国際出願番号	PCT/US99/05463
(87)国際公開番号	WO99/50773 Reference 3
(87)国際公開日	平成11年10月7日(1999.10.7)
(31)優先権主張番号	60/079,702
(32)優先日	平成10年3月27日(1998.3.27)
(33)優先権主張国	米国(US)
(31)優先権主張番号	09/149,912
(32)優先日	平成10年9月9日(1998.9.9)
(33)優先権主張国	米国(US)
(71)出願人	マイカウド、リチャード・オー アメリカ合衆国、マサチューセッツ州 02134、ボストン、ブレイナード・ロー ド・ティーエイチ・ナンバー8、85
(72)発明者	マイカウド、リチャード・オー アメリカ合衆国、マサチューセッツ州 02134、ボストン、ブレイナード・ロー ド・ティーエイチ・ナンバー8、85
(72)発明者	マイカウド、ロバート アメリカ合衆国、マサチューセッツ州 02134、ボストン、ブレイナード・ロー ド・ティーエイチ・ナンバー8、85
(74)代理人	弁理士 山崎 行造 (外2名)

(54) 【発明の名称】 再標本抽出された有効フロンティアによるポートフォリオ最適化

(57) 【要約】

複数の資産を有する既存又は推定ポートフォリオを評価する方法。平均分散有効ポートフォリオは、予想収益と収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションについて計算され、このようなポートフォリオの各々は、平均分散有効フロンティア上の特定のポートフォリオにインデックスにより関連付けされる。インデックス相関平均分散有効ポートフォリオの統計平均は特定のリスク対象との無矛盾性についてポートフォリオを評価するために用いられる。



**【特許請求の範囲】**

**【請求項1】** 最適ポートフォリオの特定の複数の資産の各々についてのポートフォリオ重み付けの価値を選択する方法であり、前記ポートフォリオ重み付けの価値は零と単位元との間の値から選択されており、各資産は規定された予想収益及び規定された収益標準偏差を有し、各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々に関して共分散を有する方法であって、

- a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算する段階と、
- b. 前記平均分散有効フロンティア上に位置するポートフォリオのセットをインデックス付けする段階と、
- c. 複数の資産の各々の前記規定された予想収益と規定された収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出する段階と、
- d. 入力データの複数のシミュレーションの各々について平均分散有効ポートフォリオを計算する段階と、
- e. 各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けられたポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成する段階と、
- f. 同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立し、複数の統計平均は再標本抽出された有効フロンティアを規定する段階と、
- g. 既存のポートフォリオを特定のリスク対象により特性付けられた再標本抽出有効フロンティアからのポートフォリオと比較する段階とを含む方法。

**【請求項2】** 請求項1の方法において、前記ポートフォリオのセットをインデックス付けする段階が、平均分散有効フロンティアに位置するポートフォリオのセットの各ポートフォリオにランクを関連付けることを含む方法。

**【請求項3】** 請求項1の方法において、前記ポートフォリオのセットをインデックス付けする段階が、 $\phi = \sigma^2 - \lambda \mu$  を最小化するラムダ値を関連付ける

ことを含み、ここで  $\sigma^2$  は各ポートフォリオの分散であり、 $\mu$  は平均分散有効フロンティア上に位置するポートフォリオのセットの各ポートフォリオの予想収益である方法。

**【請求項4】** 複数の資産を有する既存のポートフォリオを評価する方法であり、その既存のポートフォリオは全ポートフォリオ価値を有し、各資産は全ポートフォリオ価値の分数を形成する価値を有し、各資産は規定された予想収益及び規定された収益標準偏差を有し、各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々に関して共分散を有する方法であって、

- a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算する段階と、
- b. 前記平均分散有効フロンティアに関連する資産の各ポートフォリオに、複数のランク付けされたポートフォリオを形成する方式でランクを関連付ける段階と、
- c. 複数の資産の各々の前記規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出する段階と、
- d. 入力データの複数のシミュレーションの各々について平均分散有効ポートフォリオを計算する段階と、
- e. 各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けられたポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成する段階と、
- f. 同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立し、複数の統計平均は再標本抽出された有効フロンティアを規定する段階と、
- g. 既存のポートフォリオを特定のリスク対象により特性付けられた再標本抽出有効フロンティアからのポートフォリオと比較する段階とを含む方法。

**【請求項5】** 複数の資産を有する既存のポートフォリオを評価する方法であり、その既存のポートフォリオは全ポートフォリオ価値を有し、各資産は全ポ

ートフォリオ価値の分数を形成する価値を有し、各資産は規定された予想収益及び規定された収益標準偏差を有し、各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々について共分散を有する方法であつて、

- a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算する段階と、
- b. 前記平均分散有効フロンティアに関する資産の各ポートフォリオに、複数のランク付けされたポートフォリオを形成する方式でランクを関連付ける段階と、
- c. 複数の資産の各々の前記規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出する段階と、
- d. 入力データの複数のシミュレーションの各々について平均分散有効ポートフォリオを計算する段階と、
- e. 各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けられたポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成する段階と、
- f. 同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立し、複数の統計平均は再標本抽出された有効フロンティアを規定する段階と、
- g. 再標本抽出された有効フロンティア上の対応するポートフォリオに関して各ポートフォリオの類似性を特徴付ける価値を有するノルムを関連付ける段階と、
- h. 特定の無矛盾レベルに関する値以下のノルム値を有するポートフォリオに対応するインデックス相関再標本抽出ファジー領域を規定する段階と、
- i. 現在のポートフォリオが、前記インデックス相関再標本抽出ファジー領域との比較において、少なくとも、現在のポートフォリオのノルムに基づいて最適化する必要があるか否かを評価する段階とを含む方法。

【請求項6】 最適ポートフォリオの特定の複数の資産の各々についてのポートフォリオ重み付けの価値を選択するためにコンピュータシステムにおいて使

用するコンピュータプログラム製品であり、前記ポートフォリオ重み付けの価値は零と単位元との間の値から選択されており、各資産は規定された予想収益及び規定された収益標準偏差を有し、各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々に関する共分散を有し、前記コンピュータプログラム製品は、コンピュータ読み取り可能プログラムコードを有するコンピュータ使用可能媒体を備え、そのコンピュータ読み取り可能プログラムコードは、

- a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算するプログラムコードと、
- b. 前記平均分散有効フロンティア上に位置するポートフォリオのセットをインデックス付けするシーケンサーと、
- c. 複数の資産の各々の前記規定された予想収益と規定された収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出するルーティーンと、
- d. 入力データの複数のシミュレーションの各々についてシミュレートされた平均分散有効ポートフォリオを計算するプログラムコードと、
- e. 各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けされたポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成するプログラムコードと、
- f. 同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立し、複数の統計平均は再標本抽出された有効フロンティアを規定するモジュールと、
- g. 特定のリスク対象により再標本抽出有効フロンティアからの各資産についてのポートフォリオ重み付けを選択するプログラムコードとを含むコンピュータプログラム製品。

**【発明の詳細な説明】****【0001】****技術分野**

本発明は、向上した平均分散効率をもたらす最適化基準に従う有体又は無体資産のポートフォリオを選択する方法に関する。

**【0002】****背景技術**

例えば株式、企業プロジェクト又は他の資産などの資産管理者は、典型的には、収益の分散として定義されるように所定レベルのリスクにおいて資金の全投資についての予想収益又は平均収益を最大化しようとする。これは過去の歴史に基づき、或いはポートフォリオ運用における当業者に公知の技術を用いて調整されたところによるものである。代替的に、投資目標は残存収益(residual return)分散の関数としてのベンチマークに関して残存収益に向けられる。従って用語「収益」及び「分散」は、本明細書の説明及び添付の特許請求の範囲において用いられるように、当技術分野で認識されているように残存成分を等しく包含できる。Sharpe及びLintnerの資本資産評価モデル及びRossの裁定評価理論は、資産評価の分野における残存収益の計算において使用される資産評価理論の例である。これに代えて、ポートフォリオ管理戦略の目標は、予想収益の所定レベルについてリスクの最小化として計算できる。

**【0003】**

ポートフォリオへ割り当てられたリスクは、個々の資産の重み付き分散の項で示されたそのリスクの分散  $\sigma_P^2$  の項で次のように示される。

**【0004】****【数1】**

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_{ij}$$

ここで  $w_i$  はポートフォリオ内の  $i$  番目の資産の相対重みであり、  
 $\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$  は  $i$  番目及び  $j$  番目の資産の共分散であり、 $\rho_{ij}$  は  
 その相関係数であり、 $\sigma_i$  は  $i$  番目の資産の標準偏差である。ポートフォリオ標準偏差はポートフォリオの分散の平方根である。

#### 【0005】

Markowitzによる古典的パラダイムに従えば、ポートフォリオは適切な線形又は2次プログラミングの公知技術を用いて所謂「平均分散（MV）効率」ポートフォリオを得る目的で、所定レベルのリスクについてのピーク平均収益及び制約の特定セットを得る目標により最適化できる。多重期限投資水平線を組み込む技術は当技術分野において公知である。図1Aに示されるように、ポートフォリオについての予想収益  $\mu$  は、ポートフォリオ基準分散  $\sigma$  に対して、「MV有効フロンティア」と称されて符号10により示されたポートフォリオ標準偏差の関数としてのMV有効ポートフォリオの軌跡によりプロットできる。MV有効フロンティアを導く数学的アルゴリズムは当技術分野で公知である。

#### 【0006】

図1Bを参照すると、しばしば用いられている古典的Markowitz MV効率の分散がベンチマーク最適化である。この場合、特定のベンチマークに関する予想残存収益  $\alpha$  は、ポートフォリオ標準偏差  $\sigma$  として規定されているが、残存リスクに関する残存収益分散  $\omega$  の関数として考慮されている。ポートフォリオAを有する投資者は、残存リスクの同一レベル  $\omega_A$  における予想残存収益を最適化するよう望む。先述したように、有効フロンティア10はポートフォリオ残存リスクの全ての確率レベルの各々の最大予想残存収益  $\alpha$  を有する全てのポートフォリオの軌跡として規定されている。

### 【0007】

投資管理の実際的ツールとしてのMV最適化の公知の欠点は、解の不安定性及び曖昧さを含む。MV最適化は（入力パラメータの不安定性の範囲内の）小さな変化に関して不安定であり、しばしば非直感的であるので、投資目的の投資意義又は価値が殆どなく、乏しい標本外平均性能をもたらす。これらの欠点はMV最適化の傾向が「推定誤差の最大化」をもたらすことにより生じる。このことはR. Michaud "The Markowitz Optimization Enigma: Is Optimized Optimal?" Financial Analysts Journal (1989) に説明されており、これは本明細書に引用により組み込まれている。特にMV最適は、大きな予想収益、小さな分散、及び負の相関係数に関連した大きな統計的推定誤差を有する資産を過大評価する傾向にあり、しばしば不充分な事後的な実績をもたらす。

### 【0008】

#### 発明の概要

本発明の一つの局面によれば、その一実施例において、複数の資産を有する既存又は推定ポートフォリオを評価する方法が与えられている。既存のポートフォリオは全ポートフォリオ価値を有する種類のものであり、ここでは各資産は全ポートフォリオ価値の分数を形成する価値を有し、各資産は規定された予想収益、規定された収益標準偏差を有し、且つ各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々について共分散を有する。この方法は、

- a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益と規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算する段階と、
- b. 前記平均分散有効フロンティア上に位置するポートフォリオのセットをインデックス付けする段階と、
- c. 複数の資産の各々の規定された予想収益と収益の規定された標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出する段階と、
- d. 入力データの複数のシミュレーションの各々についてシミュレートされた平均分散有効ポートフォリオを計算する段階と、
- e. 各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けられ

たポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成する段階と、

f. 同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立し、複数の統計平均は再標本抽出された有効フロンティアを規定する段階と、

g. 既存のポートフォリオを特定のリスク対象により特性付けられた再標本抽出有効フロンティアからのポートフォリオと比較する段階とを含む。

#### 【0009】

本発明の代替的実施例によれば、インデックス相関再標本抽出ファジー領域は、再標本抽出された有効フロンティアにおける対応ポートフォリオに関して、ノルムを有するポートフォリオに対応するリスク／収益平面に認めることができ、これは特定の信頼レベルに対応する値以下である。現在のポートフォリオは、少なくとも、インデックス相関再標本抽出ファジー領域に関する現在のポートフォリオのノルムの値に基づいて要求される最適化に関して評定し得る。

#### 【0010】

本発明は、添付図面に関連してなされる以下の説明を参照することにより、一層容易に理解される。

#### 【0011】

##### 好適実施例の詳細な説明

本発明の上述の特徴は添付図面を参照してなされる以下の詳細な説明により一層容易に理解されよう。

#### 【0012】

本発明の様々な実施例によれば、MV最適化は統計的変数に従属する予想収益に基づく統計的処理であり、従ってMVフロンティアは上記に規定したようにそれ自身が分散により特徴付けられている。ポートフォリオを含むように考慮された資産の母集団を特徴付ける入力データの所定のセットについて、またポートフォリオの構成上の制約の所定のセットについて、MV有効フロンティアは上述した標準技術を用いて計算できる。入力データは統計的特徴である（即ち関連する分散及び他の統計的測定により特徴付けられている）ので、入力データは、デー

タの第1のセットと統計的に無矛盾の方式における最適入力パラメータのシミュレーションにより再標本抽出できる。これは例えばJ. Jobson及びB. Korkieの“Estimation for Markowitz Efficient Portfolios, “Journal of Portfolio Management”(1981)に説明されており、この文献は引用により本明細書に組み込まれている。他の再標本抽出方法も、本明細書に説明されて何れかの添付の請求の範囲に記載されたように本発明の目的の範囲内にある。

### 【0013】

再標本抽出されたデータに基づいて、MV有効ポートフォリオが計算されて初期解において適用されたように同様な制約を受ける。この方式においては、図2に示されたように、統計的同値MV有効ポートフォリオのセット12を計算できる。この手順を繰り返すことにより、収益ポートフォリオ分散空間に期待されるポートフォリオの大きなMV有効「統計的同値」を生成できる。特に既存のポートフォリオは統計的意味でMV効率と両立できるので最適化は不要である。従って、潜在的に且つ有益にポートフォリオの改訂に関連する処理コストが僨約される。図3を参照すると、リスク／収益平面内の統計的同値ポートフォリオが有効フロンティア上の三つの特定のリスクランク付け、即ち最小分散14、最大収益16、及び中間収益ポートフォリオ18に対応して示されている。

### 【0014】

統計的同値を確立する一つの方法が図4を参照して説明されている。一つの標本承認手順によれば、標本承認領域20は有効フロンティア10の下に規定されている。 $100(1 - \alpha)\%$ 標本承認領域20は、平均上、モンテカルロ推定再標本抽出ポートフォリオの分数 $1 - \alpha$ を含み、ここで $\alpha$ はタイプI誤差の確率、即ち帰無仮説(null-hypothesis)を無効にする確率であり、それが真ならば現在として示されたポートフォリオに統計的に同値である。リスク／収益平面において標本ポートフォリオが抽出されるユニバース内に含められた特定の資産に対する軌跡が図に示されている。従って $\alpha = 0.1$ については、90%標本承認領域20が得られる。標本承認領域20は実際には、有効フロンティア10の下で領域を、全てのシミュレートされたポートフォリオ相互排他列（または行）矩形へ分割する手順により得られる。矩形の基礎は矩形内のシミュレートされたポー

トフォリオの分数  $1 - \alpha$  を包含する最小収益点として規定されている。矩形の中点は曲線 22 を得るように接続されており、この曲線は標本承認領域 20 の下部フロンティアを構成する。曲線 22 の形状の不規則性は部分的には例に含まれた小数の資産の特性である。

#### 【0015】

上述の方法の不都合は、（特定の基準に関して）統計的同値である全てのポートフォリオが、所望のリスク対象又は他の制約を説明することなく、標本承認領域 20 内に表れることである。ここで図 3 を参照すると、本発明の好適実施例による方法が説明されており、リスク／収益平面内の全ての再標本抽出されたポートフォリスは多対 1 で MV 有効フロンティア 10 上に結合している。様々な基準が関連するポートフォリオに MV 有効フロンティア上の基準と共に適用でき、このような結合の全てが本発明の目的の範囲内にある。一例として、各有効フロンティアポートフォリオ（即ち有効フロンティア 10 上の各点）は、それに関連する収益順位により規定できる。同様に、有効フロンティアポートフォリオは、その分散により格付けでき、最大分散は最大収益に対応し、リスク又は収益による格付けは互いの特性に同様にマップ付けされる。従って例えば、最小分散ポートフォリオ 14 は有効フロンティア 10 の他の有効ポートフォリオに関連する最低順位を持ち得る。同様に最大平均収益ポートフォリオ 16 は、各シミュレート有効フロンティアにおける最高平均収益順位を有する。同様に他のシミュレートポートフォリオは特定の有効フロンティアポートフォリオに関連した順位である。図示された希薄な集団を成すポートフォリオ 18 は「中間」順位有効ポートフォリオに対応する。実際には、順位関連領域の形状は MV 有効フロンティア上のポートフォリオの位置に応じて変動する。

#### 【0016】

しかしながら、有効フロンティアポートフォリオとの関連は順位によるものとなり、MV 有効フロンティア上の特定のポートフォリオをインデックス付けすることができ、従って指標に関連しており、統計的同値有効ポートフォリオのセットは有効フロンティアの下方に置かれる。

#### 【0017】

本発明の代替的実施例によれば、再標本抽出されたポートフォリオについてのMV有効ポートフォリオのセットの指標は、各MV有効ポートフォリオ、リスク／収益優先を規定する「ラムダ値」に関連させるためのものであり、これに関して量  $\phi = \rho^2 - \lambda \mu$  が最小化され、ここで  $\rho^2$  は各ポートフォリオの分散であり、 $\mu$  は平均分散有効フロンティア上に位置するポートフォリオのセットの各ポートフォリオの期待値収益である。パラメータ  $\lambda$  は零と無限大との間の値とする。

### 【0018】

インデックス相関MV有効ポートフォリオの集団が一旦関連付けされると、集団の通常統計基準が導かれる。これらの基準は、限定されることなく、順位関連シミュレート有効ポートフォリオのポートフォリオ重み付き平均の平均、標準誤差、及び t 統計を含む。ここで図5を参照すると、インデックス相関MV有効ポートフォリオの平均は本発明の好適実施例により規定でき、インデックス相関MV有効ポートフォリオの平均を「再標本抽出有効ポートフォリオ」と称する。この平均は任意の様々なパラメータに関して決定でき、本発明の実施例においては、関連ポートフォリオのベクトル平均に関して決定できる。再標本抽出された有効ポートフォリオの軌跡 40 を「再標本抽出された有効フロンティア」と称する。再標本抽出された有効ポートフォリオ及びその関連統計は、後述するようにポートフォリオ分析のための統計基準として適用できる。その適用は、ポートフォリオの選択として、入力の特定セットの値に強く依存する「アウトライアーポートフォリオを規定により有効に除去し、標本外性能を平均的に向上させる。本発明の実施例によるポートフォリオ分析及び改訂のための統計的手順、及びそれらの概念に基づく性能の利点は、下記の文献に詳細にも詳細に記載されており、この文献は、その文献中に引用された全ての参考文献と共に引用により本明細書に組み込まれている。文献：R. Michaud, Efficient Asset Management, (Harvard Business School Press, 1998)

### 【0019】

本発明の他の実施例によれば、ポートフォリオ最適化問題は、ファジーセット及びファジー論理の適用に置き換えることができる。ここで図6を参照すると、対応する再標本抽出された有効ポートフォリオに対する特定の再標本抽出有効フ

ロンティアポートフォリオの「類似性」（リスク指標かそれ以外の指標）は「ノルム」により規定でき、このノルムは、数理分野の当業者にはよく知られているように距離関数の通常の特性を有する。リスク指標は以下の説明においてプレゼンテーションの整合の目的のみのために仮定される。好適実施例においては、ノルムはユークリッドベクトル距離、即ち  $L_2$  ノルムである。関連する再標本抽出された有効フロンティアに関して、再標本抽出されたポートフォリオに関するリスク指標のノルムの値の分布は、所定の確率のレベルにおいて、距離基準及びファジー又は同様な再標本抽出された有効領域（再言するが、関連する再標本抽出された有効フロンティアポートフォリオ）を規定する。全体として符号 60 により示されるファジー領域は、それぞれ再標本抽出された有効フロンティアに関して採られた最小分散及び中間再標本抽出有効リスク指標ポートフォリオについてのユークリッドノルムを用いて確率レベル 0.9 におけるリスク／収益平面に対応する。特に、任意のポートフォリオ  $P$  についての距離基準は、ポートフォリオ  $P$  についての相関分散になるように採られる。

### 【0020】

$$(P - P_0)^t * S * (P - P_0)$$

ここで  $P - P_0$  は、再標本抽出された有効フロンティア上の対応インデックス相関ポートフォリオ  $P_0$  に関するポートフォリオの差分ベクトルであり、  $S$  は入力収益共分散行列である（ここで上付文字  $t$  は差分ベクトルの配置行列を示す）。ノルムはポートフォリオベクトル空間に採られている（即ち「ポートフォリオ空間」）。確率レベル  $1 - \alpha$  について規定された距離基準は、小から大へ分類された全てのリスク標示再標本抽出ポートフォリオの 100 ( $1 - \alpha$ ) 百分順位値に対応するリスク標示再抽出ポートフォリオのノルムの値である。再標本抽出フロンティアに関する信頼領域再標本抽出検定統計の使用の一例は、Michaud, Efficient Asset Management の第 73 頁に与えられている。確率の所定レベルにおけるリスク標示再標本抽出ファジー領域内のポートフォリオは、考慮された再標本抽出能率となるリスク標示再標本抽出有効ポートフォリオと同様に充分であり、最適化は不要であると言える。特定の確率レベル及び  $L_p$  ノルムは、本発明の目的の範囲内で設計選択事項として指定できる。

**【0021】**

代替的実施例においては、存在または推定ポートフォリオを評価する開示された方法は、コンピュータシステムと共に使用するためのコンピュータプログラム製品として組み込める。このような実行は、コンピュータ読み出し可能媒体（例えばディスクケット、CD-ROM、ROM、または固定ディスク）のような有形媒体、或いはモ뎀又は例えば媒体上のネットワークへ接続された通信アダプタのような他のデバイスを介してコンピュータシステムへ転送可能とされた一連のコンピュータ指令を含んでもよい。媒体は、有形媒体（例えば光又はアナログ通信ライン）でも無線技術（例えばマイクロ波、赤外線又は他の転送技術）で実行された媒体でもよい。一連のコンピュータ指令は、システムに関して本明細書において先述した機能の全て又は一部を実現する。当業者にあっては、このようなコンピュータ指令は様々なコンピュータアーキテクチュアまたはオペレーティングシステムに使用される多数のプログラミング言語で書けることを認識されたい。更に、このような指令は、半導体、磁気的、光学的又は他の記憶デバイスなどの記憶デバイスに保存してもよく、また光、赤外線、マイクロ波又は他の転送技術などの通信技術を用いて転送してもよい。このようなコンピュータプログラム製品は、コンピュータシステムに出荷時装填された添付の印刷物又は電子的ドキュメンテーション（例えば収縮包装(shrink wrapped)ソフトウェアを有する取り外し可能媒体（例えばシステムROMまたは固定ディスク）として頒布でき、或いはネットワーク（例えばインターネットまたはワールドワイドウェブ）上のサーバー又は電子的掲示板から頒布できることが期待される。勿論、本発明の幾つかの実施例は、ソフトウェア（例えばコンピュータプログラム製品）とハードウェアとの両方の組合せとして実現してもよい。本発明の他の実施例は、完全にハードウェアとして、或いは完全にソフトウェア（例えばコンピュータプログラム製品）として実現してもよい。

**【0022】**

本発明の説明された実施例は単なる例示を意図しており、様々な変形及び変更が当業者には明らかであろう。このような全ての変形例及び変更例が添付の特許請求の範囲に規定された本発明の目的の範囲内に意図とされている。

**【図面の簡単な説明】****【図 1】**

図 1 A はポートフォリオリスクの各所定本発明の好適実施例による論理フローを示す図である。図 1 B は所定レベルのポートフォリオ残差の各々について最大予測残差収益の有効フロンティアの計算の従来技術の原理を示す図である。

**【図 2】**

図 2 はリスク／収益平面内における統計的同値のポートフォリオのセットを示す図である。

**【図 3】**

図 3 は有効フロンティアにおける三つの特定のリスク格付け、即ち最小分散、最大収益、中間収益ポートフォリオに対応するリスク／収益平面内における統計的同値のポートフォリオを示す図である。

**【図 4】**

図 4 は所定レベルの確率について統計的同値のポートフォリオに対応するリスク／収益平面内における領域を示す図である。

**【図 5】**

図 5 は本発明の好適実施例によるリスク／収益平面にプロットされた再標本抽出された有効フロンティアを示す図である。

**【図 6】**

図 6 は所定レベルの確率についての二つの特定のリスクランク付け、即ち最小分散、中間収益のために再標本抽出された効率に関するリスク／収益平面における統計的同値のポートフォリオのファジー領域を示す図である。

【図 1】

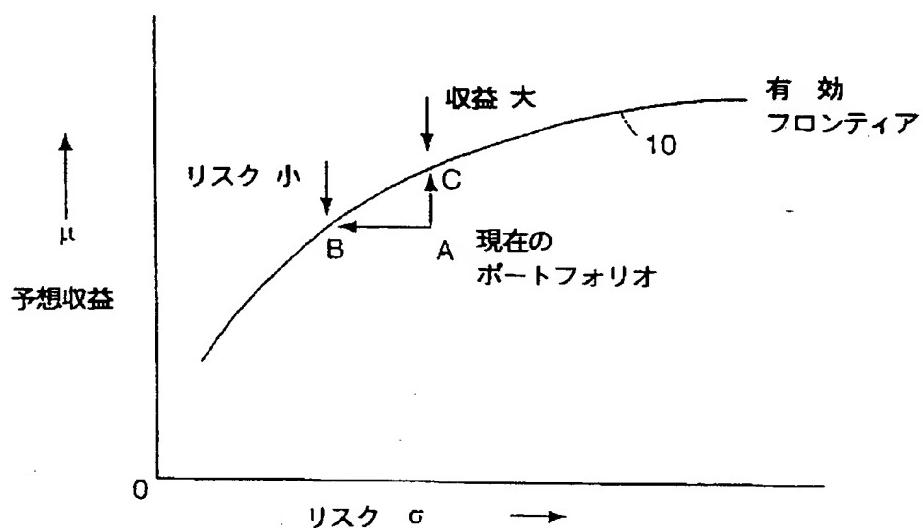


FIG. 1A

従来技術

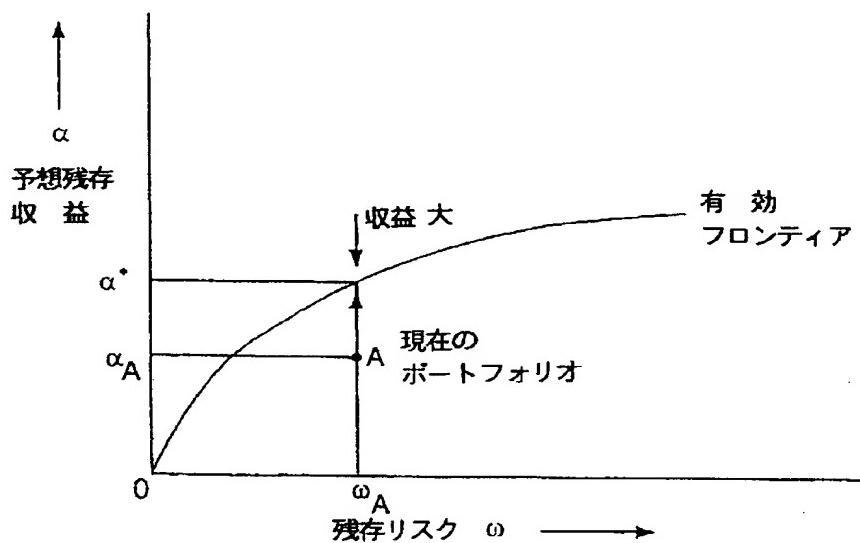
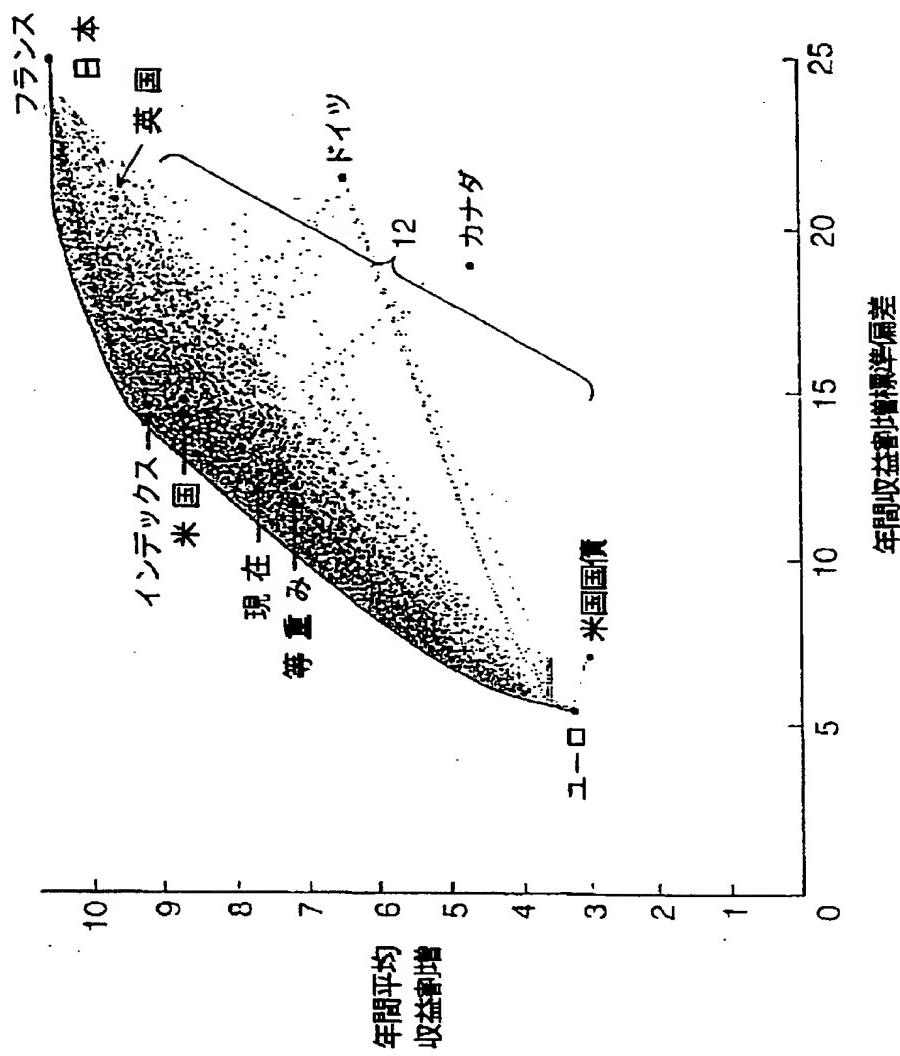


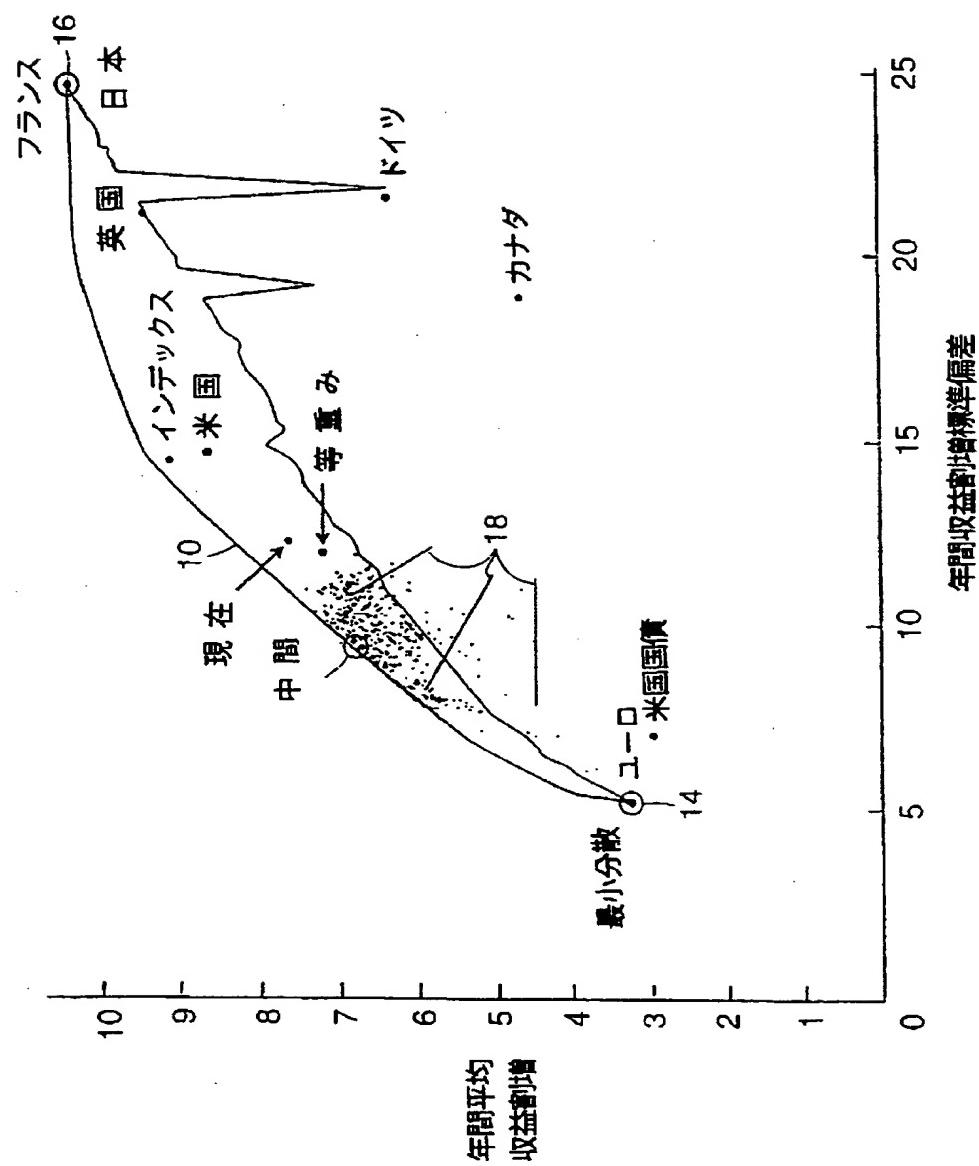
FIG. 1B

従来技術

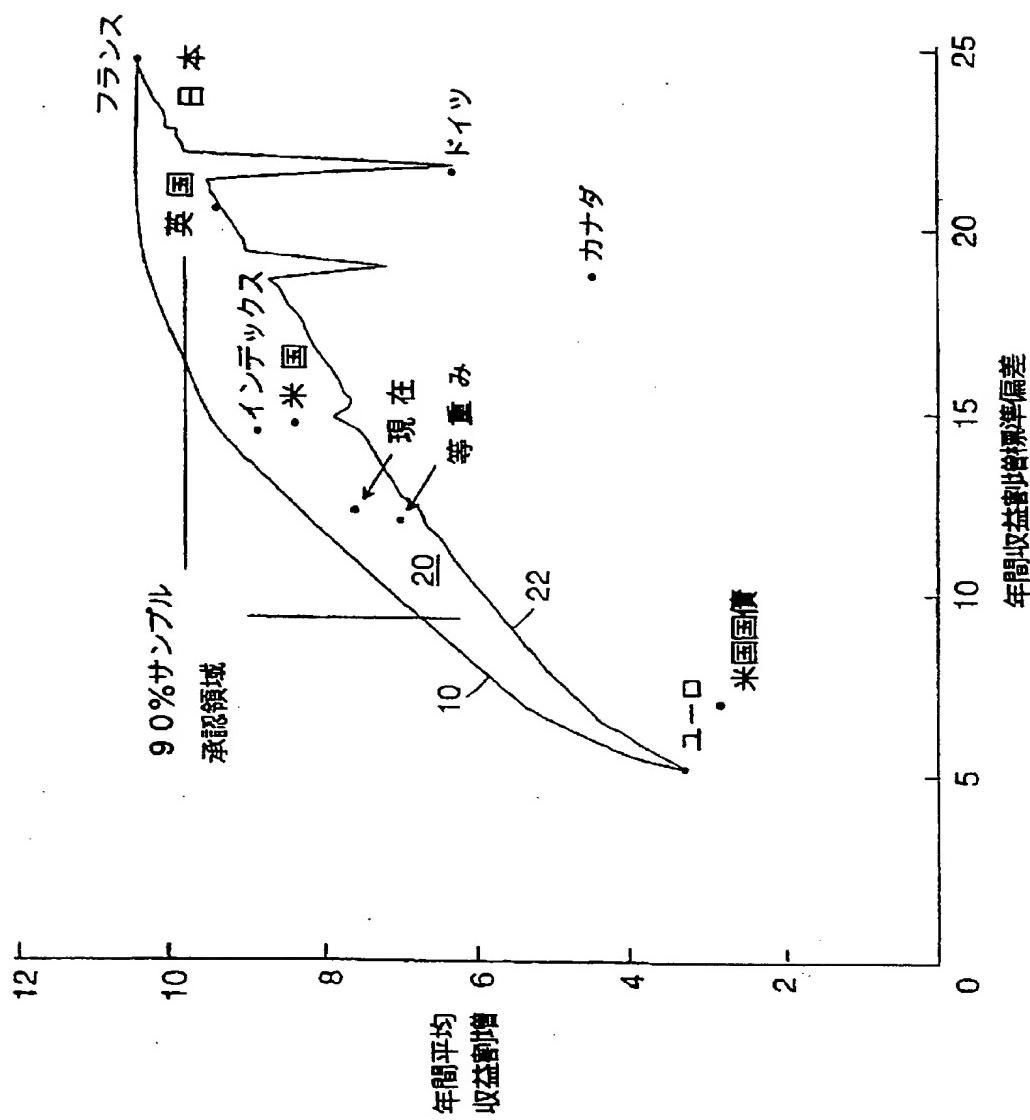
【図2】



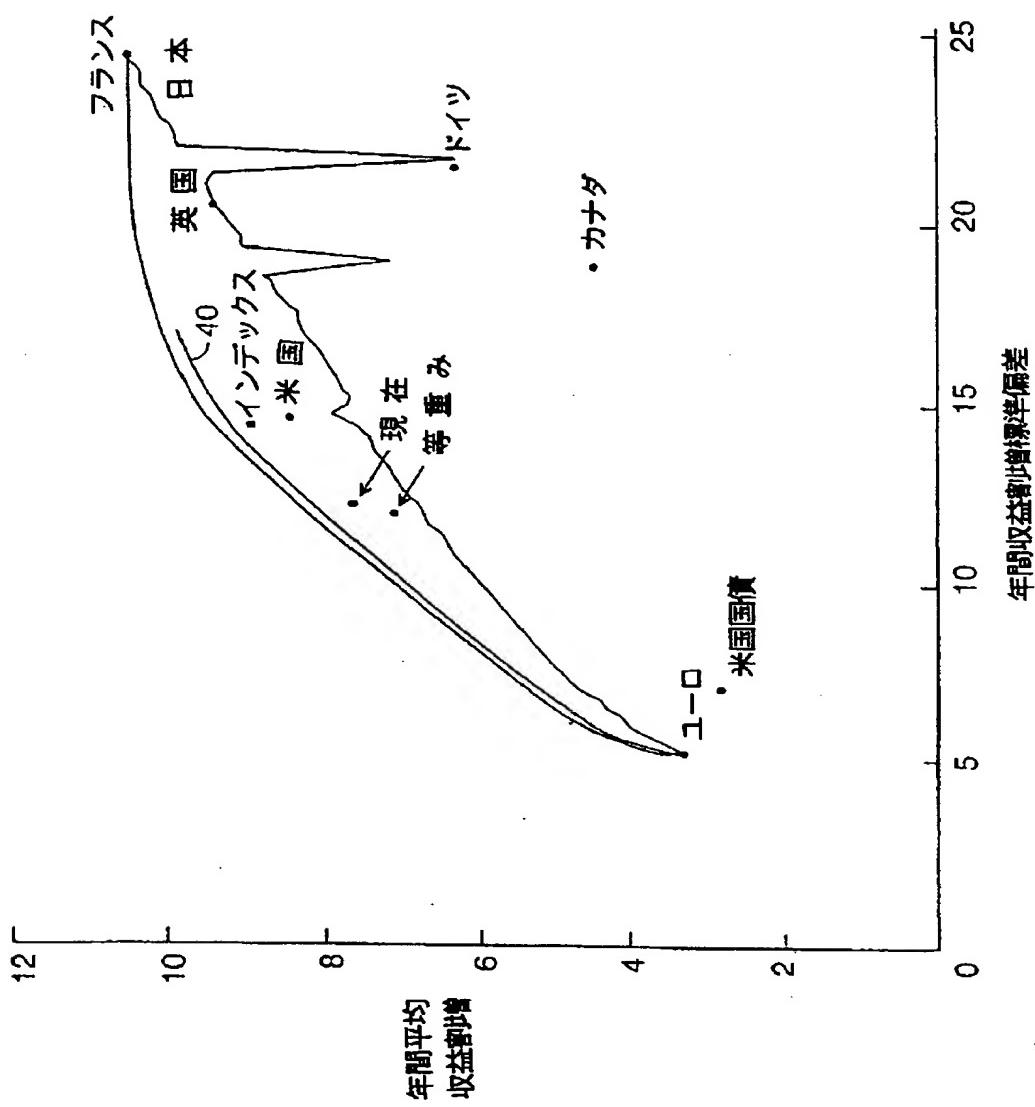
【図3】



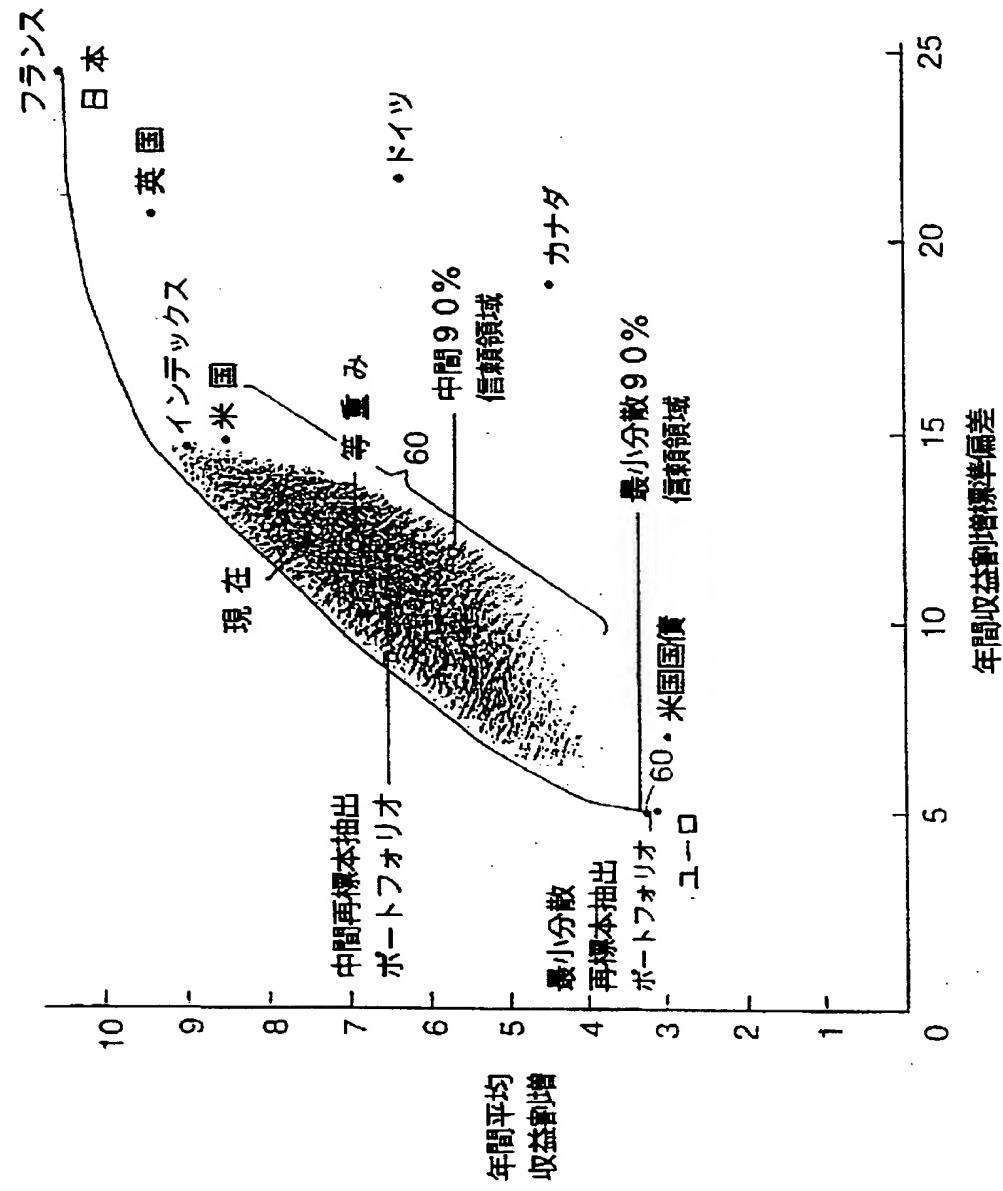
【図4】



【図5】



【図6】



【手続補正書】特許協力条約第34条補正の翻訳文提出書

【提出日】平成12年1月4日(2000.1.4)

【手続補正1】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】特許請求の範囲

【補正方法】変更

【補正内容】

【特許請求の範囲】

【請求項1】 最適ポートフォリオの特定の複数の資産の各々についてのポートフォリオ重み付けの価値を選択する方法であり、前記ポートフォリオ重み付けの価値は零と単位元との間の値から選択されており、各資産は規定された予想収益及び規定された収益標準偏差を有し、各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々に関して共分散を有する方法であって、

a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算する段階と、

b. 前記平均分散有効フロンティア上に位置するポートフォリオのセットをインデックス付けすることにより、ポートフォリオのインデックス付けされたセットを形成する段階と、

c. 複数の資産の各々の前記規定された予想収益と規定された収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出する段階と、

d. 入力データの複数のシミュレーションの各々についてシミュレートされた平均分散有効ポートフォリオを計算する段階と、

e. 各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けられたポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成する段階と、

f. 同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立することにより、複数の統計平均を形成し、複数の統計平均は再

標本抽出された有効フロンティアを規定する段階と、

g. 特定のリスク対象により再標本抽出された有効フロンティアから各資産についてのポートフォリオ重み付けを選択する段階と、

h. 選択された前記ポートフォリオ重み付けにより投資する段階とを含む方法。

【請求項 2】 請求項 1 の方法において、前記ポートフォリオのセットをインデックス付けする段階が、平均分散有効フロンティアに位置するポートフォリオのセットの各ポートフォリオにランクを関連付けることを含む方法。

【請求項 3】 請求項 1 の方法において、前記ポートフォリオのセットをインデックス付けする段階が、 $\phi = \sigma^2 - \lambda \mu$  を最小化するラムダ値を関連付けることを含み、ここで  $\sigma^2$  は各ポートフォリオの分散であり、 $\mu$  は平均分散有効フロンティア上に位置するポートフォリオのセットの各ポートフォリオの予想収益である方法。

【請求項 4】 複数の資産を有する既存のポートフォリオの評価に基づいて資金を投資する方法であり、その既存のポートフォリオは全ポートフォリオ価値を有し、各資産は全ポートフォリオ価値の分数を形成する価値を有し、各資産は規定された予想収益及び規定された収益標準偏差を有し、各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々に関して共分散を有する方法であって、

a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算する段階と、

b. 前記平均分散有効フロンティアに関連する資産の各ポートフォリオに、複数のランク付けされたポートフォリオを形成する方式でランクを関連付ける段階と、

c. 複数の資産の各々の前記規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出する段階と、

d. 入力データの複数のシミュレーションの各々について平均分散有効ポートフォリオを計算する段階と、

- e. 各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けられたポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成する段階と、
- f. 同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立し、複数の統計平均は再標本抽出された有効フロンティアを規定する段階と、
- g. 既存のポートフォリオを特定のリスク対象により特性付けられた再標本抽出有効フロンティアからのポートフォリオと比較して好適なポートフォリオを決定する段階と、
- h. 前記好適なポートフォリオにより資金を投資する段階とを含む方法。

**【請求項5】** 複数の資産を有する既存のポートフォリオの評価に基づいて資金を投資する方法であり、その既存のポートフォリオは全ポートフォリオ価値を有し、各資産は全ポートフォリオ価値の分数を形成する価値を有し、各資産は規定された予想収益及び規定された収益標準偏差を有し、各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々に関して共分散を有する方法であって、

- a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算する段階と、
- b. 前記平均分散有効フロンティアに関する資産の各ポートフォリオに、複数のランク付けされたポートフォリオを形成する方式でランクを関連付ける段階と、
- c. 複数の資産の各々の前記規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出する段階と、
- d. 入力データの複数のシミュレーションの各々について平均分散有効ポートフォリオを計算する段階と、
- e. 各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けられたポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成する段階と、

f. 同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立し、複数の統計平均は再標本抽出された有効フロンティアを規定する段階と、

g. 再標本抽出された有効フロンティア上の対応するポートフォリオに関して各ポートフォリオの類似性を特徴付ける価値を有するノルムを関連付ける段階と、

h. 特定の無矛盾レベルに関する値以下のノルム値を有するポートフォリオに対応するインデックス相関再標本抽出ファジー領域を規定する段階と、

i. 現在のポートフォリオが、前記インデックス相関再標本抽出ファジー領域との比較において、少なくとも、現在のポートフォリオのノルムに基づいて最適化する必要があるか否かを評価して、最適化ポートフォリオを形成する段階と、

j. 前記最適化ポートフォリオによる資金を投資する段階とを含む方法。

【請求項6】 最適ポートフォリオの特定の複数の資産の各々についてのポートフォリオ重み付けの価値を選択するためにコンピュータシステムにおいて使用するコンピュータプログラム製品であり、前記ポートフォリオ重み付けの価値は零と単位元との間の値から選択されており、各資産は規定された予想収益及び規定された収益標準偏差を有し、各資産は複数の資産のうちの他の資産の各々に関する共分散を有し、前記コンピュータプログラム製品は、コンピュータ読み取り可能プログラムコードを有するコンピュータ使用可能媒体を備え、そのコンピュータ読み取り可能プログラムコードは、

a. 少なくとも、複数の資産の各々の規定された予想収益及び規定された収益標準偏差とを特徴付ける入力データに基づいて、平均分散有効フロンティアを計算する段階を前記コンピュータに実行させるプログラムコードと、

b. 前記平均分散有効フロンティア上に位置するポートフォリオのセットをインデックス付けするシーケンサーと、

c. 前記コンピュータに、複数の資産の各々の前記規定された予想収益と規定された収益標準偏差とに統計的に無矛盾の入力データの複数のシミュレーションを再標本抽出させるルーティーンと、

d. 入力データの複数のシミュレーションの各々についてシミュレートされた

平均分散有効ポートフォリオを前記コンピュータに計算させるプログラムコードと、

e. 前記コンピュータに、各シミュレートされた平均分散有効ポートフォリオをインデックス付けられたポートフォリオのセットのうちの特定のポートフォリオに関連させて、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオのセットを形成させるプログラムコードと、

f. 前記コンピュータに、同一のインデックス相関平均分散有効ポートフォリオの各セットについて統計平均を確立させ、複数の統計平均は再標本抽出された有効フロンティアを規定させるモジュールと、

g. 前記コンピュータに特定のリスク対象により再標本抽出有効フロンティアからの各資産についてのポートフォリオ重み付けを選択させると共に、投資者に各資産について前記選択されたポートフォリオ重み付けにより資金を投資することを可能にするプログラムコードとを含むコンピュータプログラム製品。

## 【国際調査報告】

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

		International Application No PCT/US 99/05463
A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER IPC 6 G06F17/60		
According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC		
B. FIELDS SEARCHED Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols) IPC 6 G06F		
Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched		
Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practical, search terms used)		
C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT		
Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
X	US 5 148 365 A (DEMBO RON S) 15 September 1992 see column 3, line 1 - line 25 ---	1-6
P, X	MICHAUD R. O.: "Efficient Asset Management, A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation" June 1998, HARVARD BUSINESS SCHOOL PRESS , BOSTON, MASSACHUSETTS, USA, ISBN-0-87584-743-9 XP002105978 see page III - page XI see page 41, line 1 - page 81, line 31 ---	1-6 -/-
<input checked="" type="checkbox"/> Further documents are listed in the continuation of box C.		<input checked="" type="checkbox"/> Patent family members are listed in annex.
* Special categories of cited documents :		
<p>"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance</p> <p>"E" earlier document but published on or after the international filing date</p> <p>"L" document which may throw doubts on priority, claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)</p> <p>"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means</p> <p>"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed</p>		
<p>"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention</p> <p>"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone</p> <p>"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art</p> <p>"Z" document member of the same patent family</p>		
Date of the actual completion of the international search	Date of mailing of the International search report	
15 June 1999	01/07/1999	
Name and mailing address of the ISA European Patent Office, P.B. 5616 Patentbox 2 NL - 2200 MV Pijnacker Tel. (+31-70) 340-2040, Tk. 31 651 epo nl Fax: (+31-70) 340-3018	Authorized officer Pedersen, N	

Form PCT/ISA/210 (second sheet) (July 1992)

page 1 of 2

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Inter	national Application No
PCT/US 99/05463	

C(Continuation) DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT		
Category	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	KING A J: "ASYMMETRIC RISK MEASURES AND TRACKING MODELS FOR PORTFOLIO OPTIMIZATION UNDER UNCERTAINTY" ANNALS OF OPERATIONS RESEARCH, vol. 45, no. 1/04, 1 December 1993, pages 165-177, XP000568230 see page 175, line 18 - page 176, line 23	1-6
P,A	WO 98 13776 A (RCO SOFTWARE LIMITED ;MASCH VLADIMIR A (US)) 2 April 1998 see page 4, line 29 - page 6, line 24 see page 10, line 6 - line 35 see page 23, line 26 - page 24, line 24 see page 37, line 19 - page 38, line 29	1-6
A	JENSEN D L ET AL: "FRONTIER: A GRAPHICAL INTERFACE FOR PORTFOLIO OPTIMIZATION IN A PIECEWISE LINEAR-QUADRATIC RISK FRAMEWORK" IBM SYSTEMS JOURNAL, vol. 31, no. 1, 1 January 1992, pages 62-70, XP000261866 see page 66, column 2, line 3 - page 67, column 2, line 3	1-6
A	BELLITY L: "Fuzzy optimization applied to portfolio management" AI '94. FOURTEENTH INTERNATIONAL AVIGNON CONFERENCE. PROCEEDINGS, AI '94. FOURTEENTH INTERNATIONAL AVIGNON CONFERENCE. PARIS, FRANCE, 30 MAY-3 JUNE 1994, pages 469-476 vol.1, XP002105977 ISBN 2-910085-06-6, 1994, Nanterre, France, EC2, France. see page 471, line 6 - line 42 see page 473, line 3 - line 38 see page 474, line 35 - page 475, line 7	1-6
1		

Form PCT/MSA/210 (continuation of second sheet) (July 1992)

**INTERNATIONAL SEARCH REPORT**

Information on patent family members

Interr.	nes Application No
PCT/US 99/05463	

Patent document cited in search report	Publication date	Patent family member(s)	Publication date
US 5148365 A	15-09-1992	NONE	
WO 9813776 A	02-04-1998	AU 4483297 A	17-04-1998

Form PCTISA210 (patent family annex) (July 1992)

---

フロントページの続き

(81) 指定国 E P (A T, B E, C H, C Y,  
D E, D K, E S, F I, F R, G B, G R, I E, I  
T, L U, M C, N L, P T, S E), C A, I L, J  
P